

Zufallsexperimente in der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aus der Beschäftigung mit Problemen, die im Zusammenhang mit Glücksspielen standen, entwickelte sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Auch heute noch werden Erkenntnisse und Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Glücksspiele angewandt.

Ähnlich wie bei Glücksspielen sind auch bei vielen naturwissenschaftlichen, wirtschafts- oder sozialwissenschaftlichen Erscheinungen Voraussagen und Planungen von Zufällen abhängig.

Die Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist die Untersuchung von Vorgängen mit zufälligen Ausgängen auf mögliche Gesetzmäßigkeiten um diese für Prognosen zu optimieren.

Zufallsexperimente

Die Augenzahl beim Würfeln hängt vom Zufall ab.

Das Würfeln, aber auch jedes andere Glücksspiel ist ein beliebig oft und gleichartig wiederholbarer Vorgang, bei dem der Ausgang nicht vorhersagbar ist.

Solche Versuche nennt man **Zufallsexperimente**.

Zufallsexperiment	Ein Zufallsexperiment ist ein Experiment mit folgenden Eigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - Unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholbar - Es gibt mindestens zwei mögliche Ergebnisse - Das Ergebnis ist nicht vorhersagbar
--------------------------	---

Beispiel: Werfen eines Würfels

- ist beliebig oft wiederholbar
- es gibt 6 mögliche Ergebnisse (also mindestens 2)
- das Ergebnis ist nicht vorhersagbar

Übung: Ist die Wette über den Ausgang eines Fußballspiels ein Zufallsexperiment?

Lösung: Die Wette ist beliebig oft wiederholbar
Es gibt 3 mögliche Ergebnisse (Sieg, unentschieden, Niederlage)
Das Ergebnis ist nicht vorhersagbar
Also ist die Wette über den Ausgang eines Fußballspiels ein Zufallsexperiment.

Einstufige Zufallsexperimente

Einstufiges Zufallsexperiment	Wird ein Zufallsexperiment einmal ausgeführt, so spricht man von einem einstufigen Zufallsexperiment .
--------------------------------------	---

Beispiele: Einmaliges werfen eines Würfels
Einmaliges werfen einer Münze
Einmalige Wette über den Ausgang eines Fußballspiels

Ergebnis:	Der Ausgang des Zufallsexperimentes wird Ergebnis genannt
------------------	--

	Zufallsexperiment	mögliches Ergebnis
Beispiele:	Einmaliges werfen eines Würfels	4
	Einmaliges werfen einer Münze	Zahl
	Einmalige Wette über den Ausgang eines Fußballspiels	Sieg

Ergebnismenge:	Die Ergebnismenge enthält alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperimentes
-----------------------	--

Die Ergebnismenge wird auch als Stichprobenraum, oder Ereignisraum oder Ergebnisraum genannt.

	Zufallsexperiment	Ergebnismenge
Beispiele:	Einmaliges werfen eines Würfels	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
	Einmaliges werfen einer Münze	$S = \{\text{Zahl}; \text{Wappen}\}$
	Einmalige Wette über den Ausgang eines Fußballspiels	$S = \{\text{Sieg}; \text{unentschieden}; \text{Niederlage}\}$

Übung: Geben Sie drei weitere Zufallsexperimente mit ihrer jeweiligen Ergebnismenge an.

Lösung:

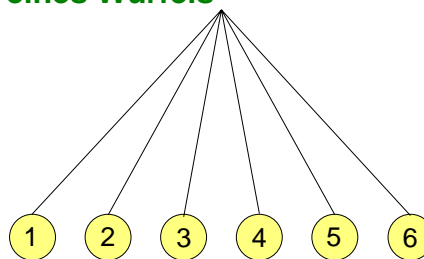
- Lostrommel : $S = \{\text{Niete}; \text{Gewinn}\}$
- Heftzwecke : $S = \{\text{Spitze}; \text{Kopf}\}$
- Glücksrad mit 8 Sektoren : $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Darstellung der Ergebnismenge eines Zufallsexperimentes

Die Ergebnismenge kann in der Mengenschreibweise oder auch als **Baumdiagramm** dargestellt werden.

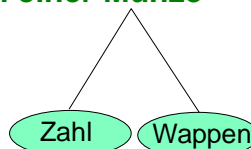
Darstellung in der Mengenschreibweise **Darstellung als Baumdiagramm**
Einmaliges werfen eines Würfels

Ergebnismenge: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$



Einmaliges werfen einer Münze

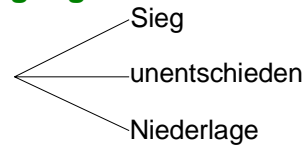
Ergebnismenge: $S = \{\text{Zahl}; \text{Wappen}\}$



Einmalige Wette über den Ausgang eines Fußballspiels

Ergebnismenge:

$$S = \{\text{Sieg}; \text{unentschieden}; \text{Niederlage}\}$$



Ergebnis und Ergebnismenge	<p>Das Ergebnis e ist ein einzelner Ausgang von mehreren möglichen Ausgängen eines Zufallsexperiments. Die Zusammenfassung aller möglichen Ergebnisse ist die Ergebnismenge.</p> $S = \{e_1; e_2; e_3; \dots; e_n\}$ <p style="text-align: center;">n = Anzahl der möglichen Ergebnisse</p>
---	---

Mehrstufige Zufallsexperimente

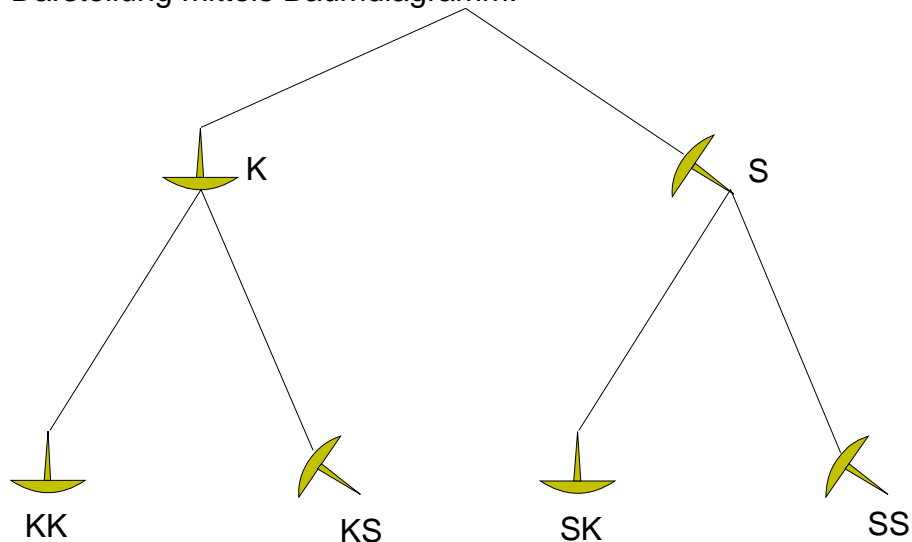
Zufallsexperimente, die sich aus mehreren hintereinander ausgeführten einstufigen Experimenten zusammensetzen, nennt man **mehrstufige Zufallsexperimente**.

Beispiel: Zweimaliges werfen einer Heftzwecke

Ergebnismenge bei einstufigem Experiment:

$$S = \{\text{Spitze}; \text{Kopf}\} \quad \text{in Kurzform} \quad S = \{S; K\}$$

Darstellung mittels Baumdiagramm:



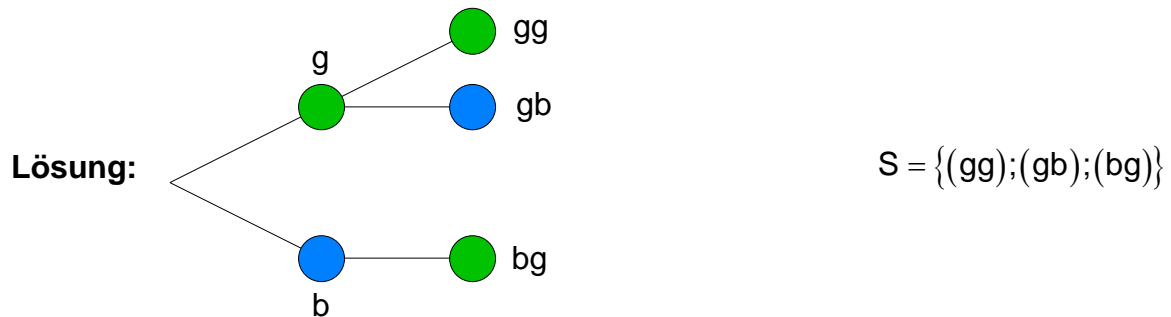
Die Ergebnismenge lässt sich leicht aus dem Baumdiagramm ablesen:

$$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$$

Es gibt 4 mögliche Ergebnisse.

Im Baumdiagramm führt jeder Pfad zu einem Ergebnis.

Übung: In einer Urne liegen 2 grüne (g) und eine blaue (b) Kugel.
Es werden zwei Kugeln gezogen und zwar nach folgender Vorschrift:
Nacheinander wird jeweils eine Kugel ohne zurücklegen gezogen.
Stellen Sie das Baumdiagramm auf und bilden Sie die Ergebnismenge.



Übung: In einer Urne liegen 2 grüne (g) und eine blaue (b) Kugel.
Es werden zwei Kugeln gezogen und zwar nach folgender Vorschrift:
Nacheinander wird jeweils eine Kugel mit zurücklegen gezogen.
Stellen Sie das Baumdiagramm auf und bilden Sie die Ergebnismenge.

